

**WYPEŁNIA UCZEŃ**

**PESEL**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

**Kod ucznia**

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

**Próbna matura z WSiP**

**Kwiecień 2018**

**Egzamin maturalny z matematyki dla klasy 2**

**Poziom rozszerzony**

**Informacje dla ucznia**

1. Sprawdź, czy zestaw egzaminacyjny zawiera 13 stron. Ewentualny brak stron lub inne usterki zgłoś nauczycielowi.
2. Na tej stronie i na karcie odpowiedzi wpisz swój PESEL i kod.
3. Przeczytaj uważnie wszystkie zadania.
4. Rozwiązania zadań zapisz długopisem lub piórem. Nie używaj korektora.
5. Odpowiedzi do zadań zamkniętych przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla ucznia. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem (●) i zaznacz właściwe.
6. Wyniki obliczeń do zadań z kodowaną odpowiedzią zakoduj na karcie odpowiedzi.
7. Rozwiązania zadań, w których należy samodzielnie sformułować odpowiedź, zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach. Pomyłki przekreśl.
8. Możesz wykorzystać brudnopis. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
10. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 180 minut.
11. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań możesz uzyskać 50 punktów.

***Powodzenia!***

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–6. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Dodatnie liczby rzeczywiste  $x$  i  $y$  spełniają warunki  $x + y = 6\sqrt{3}$  oraz  $x^3 + y^3 = 108\sqrt{3}$ . Wówczas wartość wyrażenia  $\sqrt{x \cdot y}$  jest równa

- A. 18                      B.  $\sqrt{30}$                       C.  $\sqrt{18}$                       D. 36

**Zadanie 2. (0–1)**

Równanie  $|x^2 + 6x + 5| = m$  o niewiadomej  $x$  ma trzy rozwiązania. Wówczas

- A.  $m = 4$                       B.  $m = -4$                       C.  $m = 5$                       D.  $m = -6$

**Zadanie 3. (0–1)**

Dane jest równanie kwadratowe  $-2cx^2 + 5x + c = 0$  o niewiadomej  $x$  i parametrze  $c$ . Suma odwrotności pierwiastków tego równania jest równa 15. Wynika stąd, że parametr  $c$  jest równy

- A.  $-\frac{2}{15}$                       B.  $-3$                       C.  $-\frac{1}{3}$                       D. 3

**Zadanie 4. (0–1)**

Zbiorem wartości funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = \sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) jest przedział

- A.  $\langle -2\sqrt{3}, 2\sqrt{3} \rangle$   
 B.  $\langle -3 - \sqrt{3}, 3 + \sqrt{3} \rangle$   
 C.  $\langle -1, 1 \rangle$   
 D.  $\langle -2, 2 \rangle$

**Zadanie 5. (0–1)**

Dany jest trapez równoramienny o podstawach długości  $a$  oraz  $b$ , gdzie  $a < b$ . W trapez ten można wpisać okrąg. Zatem długość wysokości tego trapezu jest równa

- A.  $\sqrt{ab}$                       B.  $\sqrt{\frac{a+b}{2}}$                       C.  $\sqrt{\frac{(a-b)(a+b)}{2}}$                       D.  $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

**Zadanie 6. (0–1)**

Czwarty wyraz ciągu  $(a_n)$  danego wzorem rekurencyjnym  $\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_n = 3a_{n-1} + n \end{cases}$  dla  $n \geq 2$  jest równy

- A. 16                      B.  $-2$                       C.  $-9$                       D.  $-23$

Funkcja liniowa  $f$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  spełnia warunek  $f(2x+1) = -\frac{2}{3}x+1$ . Oblicz  $f\left(\frac{3}{7}\right)$ . Zakoduj odpowiedź (kolejno: cyfrę jedności, cyfrę części dziesiętnych i cyfrę części setnych otrzymanego wyniku).

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

Obwód rombu jest równy 20, a suma długości jego przekątnych jest równa 11. Oblicz pole tego rombu. Zakoduj odpowiedź (kolejno: cyfrę jedności, cyfrę części dziesiętnych i cyfrę części setnych otrzymanego wyniku).

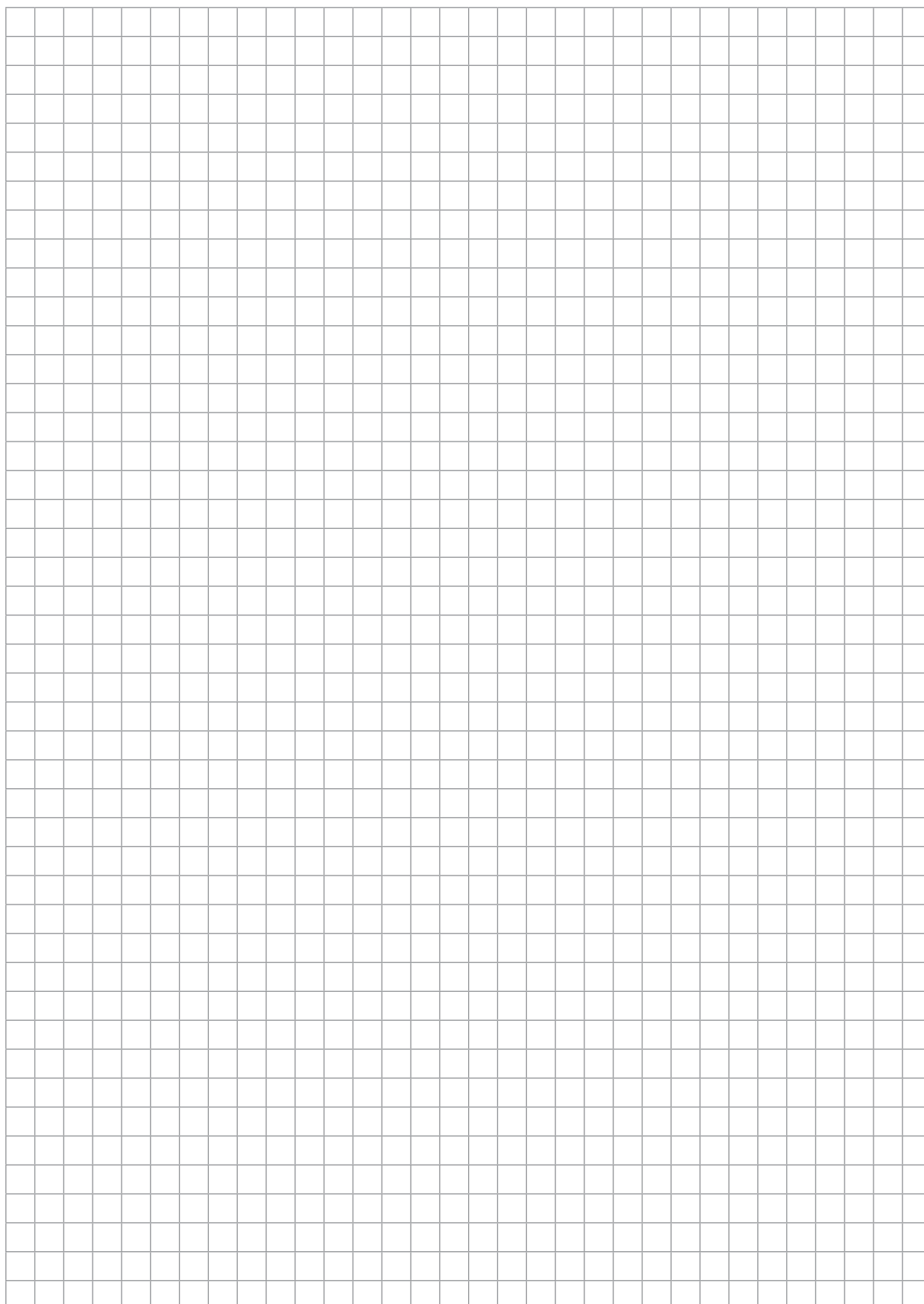
|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

Liczby rzeczywiste  $x_1, x_2, x_3$  takie, że  $x_2 = -2x_1$  i  $x_3 = 5x_1$ , są pierwiastkami wielomianu  $W(x) = x^3 + px^2 + qx + 80$ . Oblicz  $p$  oraz  $q$ .

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

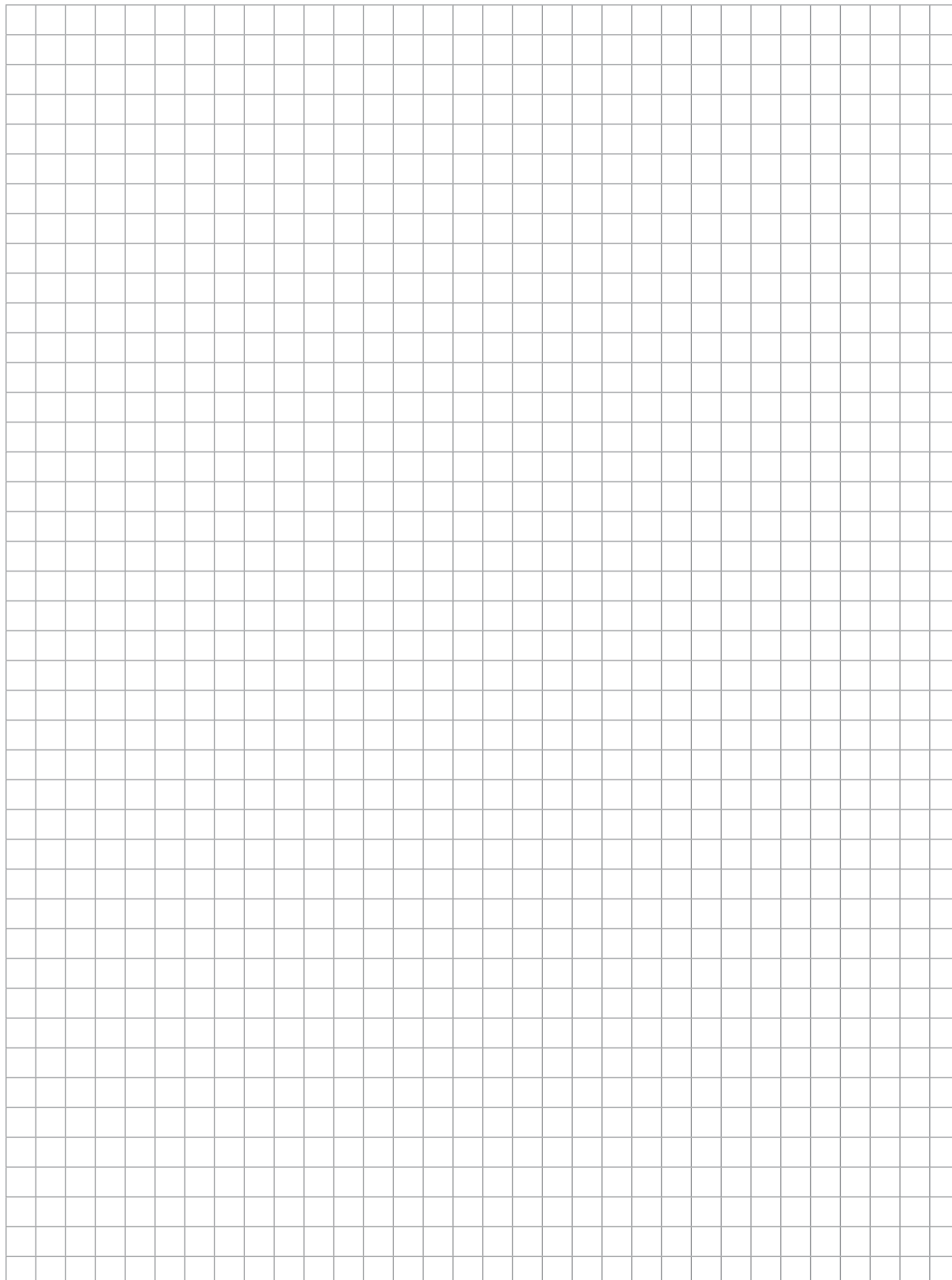
**Zadanie 10. (0–3)**

Ciąg  $(a_n)$  określony jest wzorem  $a_n = n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + \dots + 2n$ . Oblicz najmniejszy wyraz ciągu  $(a_n)$  większy od 1890.



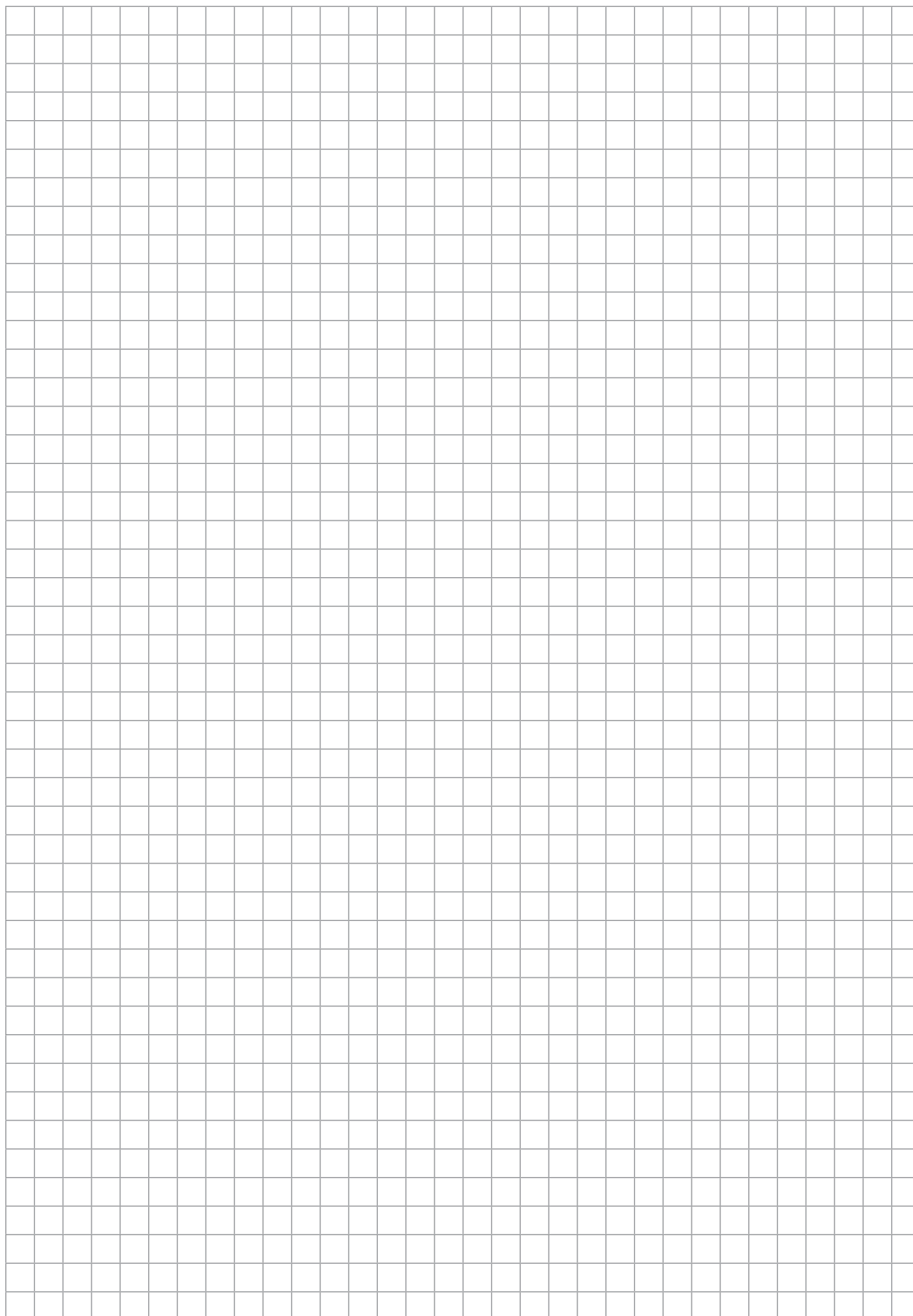
**Zadanie 11. (0–3)**

W okrąg o równaniu  $(x-2)^2 + (y+6)^2 = 20$  wpisano kwadrat  $ABCD$ . Jedna z przekątnych tego kwadratu zawiera się w prostej o równaniu  $y = \frac{1}{2}x - 7$ . Oblicz współrzędne wierzchołków kwadratu  $ABCD$ .



**Zadanie 12. (0–3)**

Wykaż, że wartość wyrażenia  $\sqrt{30 + \sqrt{30 + \sqrt{30 + \dots}}}$  jest liczbą naturalną.



**Zadanie 13. (0–3)**

Wykaż, że w każdym trójkącie o bokach długości  $a$ ,  $b$  i  $c$  prawdziwa jest nierówność

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a + b + c)^2} < \frac{3}{4}.$$



**Zadanie 14. (0–6)**

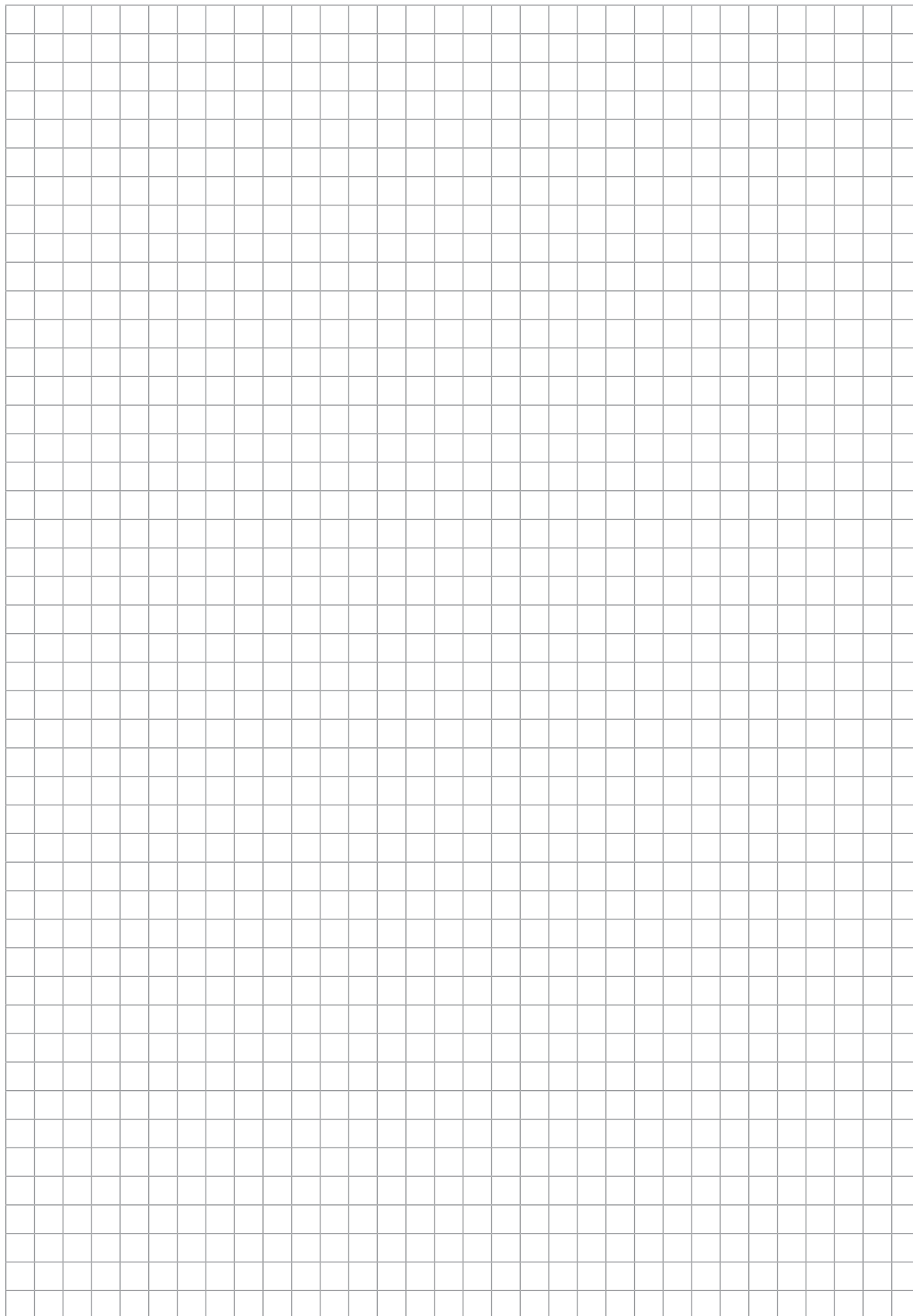
Wyznacz liczbę rozwiązań równania  $(3-x) \cdot \sqrt{4x^2 + 4x + 1} = m + \frac{1}{8}$  o niewiadomej  $x$  w zależności od wartości parametru  $m$ .





**Zadanie 15. (0–6)**

Uzasadnij, że równanie  $2\cos^3 \frac{x}{2} = 3\cos \frac{x}{2} - 1$  ma w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$  dokładnie dwa rozwiązania.



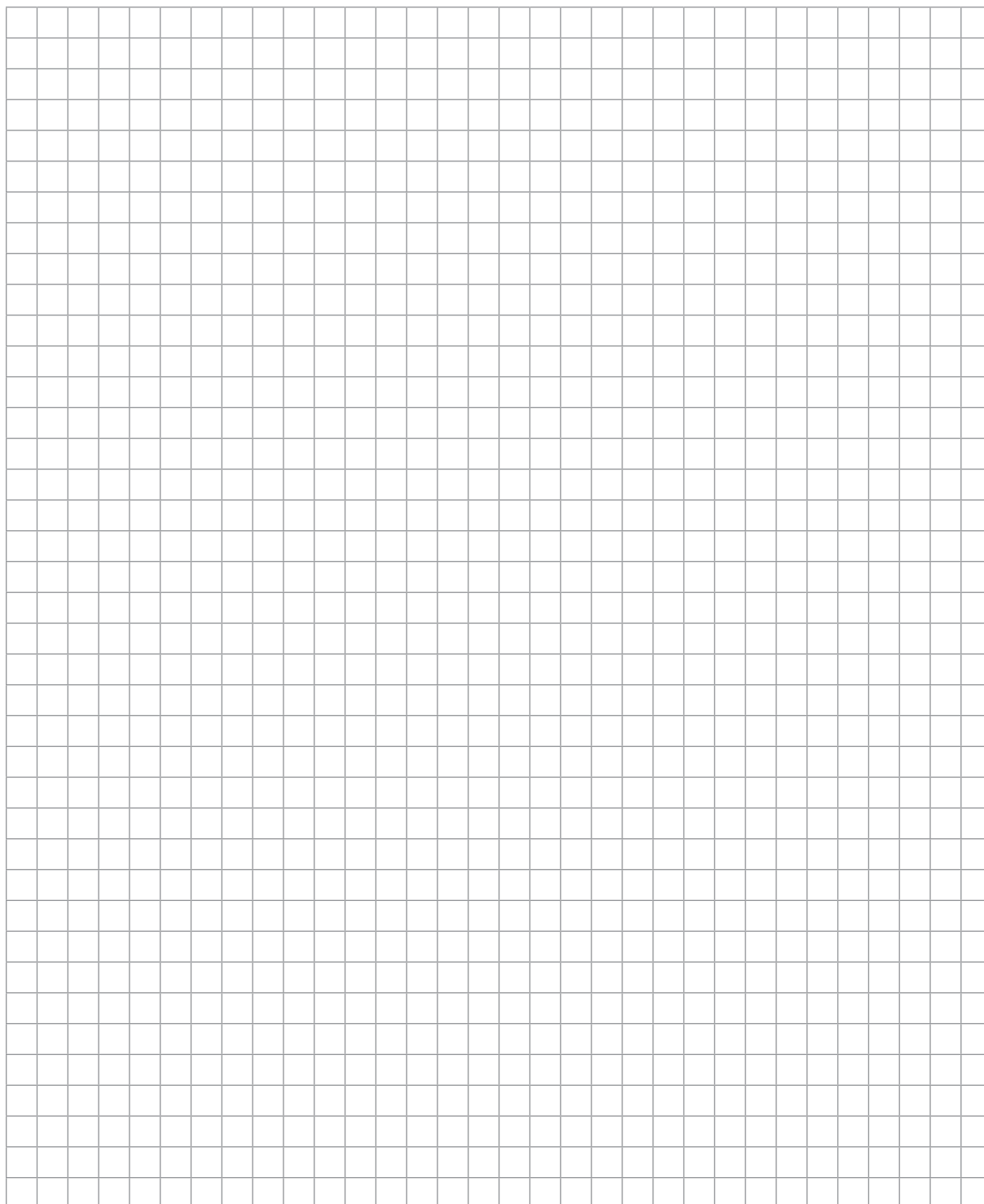
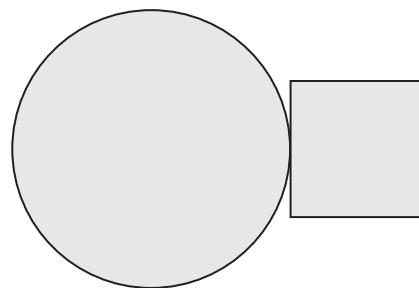
**Zadanie 16. (0–6)**

Ciąg geometryczny  $(a_n)$  ma 16 wyrazów i wszystkie te wyrazy są dodatnie. Suma wszystkich wyrazów o numerach parzystych jest 16 razy mniejsza od sumy wszystkich wyrazów o numerach nieparzystych. Ponadto spełniona jest równość  $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \log_2 a_3 + \dots + \log_2 a_{16} = 32$ . Oblicz pierwszy wyraz ciągu  $(a_n)$ .



**Zadanie 17. (0–7)**

Rozważamy wszystkie figury zbudowane z koła i kwadratu w taki sposób, że jeden z boków kwadratu jest styczny do okręgu wyznaczającego to koło (patrz: rysunek). Suma długości okręgu i obwodu kwadratu jest równa 18. Oblicz, jakie długości mają mieć promień koła i bok kwadratu, by suma pól tych figur była najmniejsza. Oblicz tę sumę pól.



(nie podlega ocenie)

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

## KARTA ODPOWIEDZI

## WYPEŁNIA UCZEŃ

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

## PESEL

Kod ucznia

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

| Nr zad. | Odpowiedzi |   |   |   |
|---------|------------|---|---|---|
| 1       | A          | B | C | D |
| 2       | A          | B | C | D |
| 3       | A          | B | C | D |
| 4       | A          | B | C | D |
| 5       | A          | B | C | D |
| 6       | A          | B | C | D |

| Nr zad. | Cyfry wyniku |  |  |
|---------|--------------|--|--|
| 7       |              |  |  |
| 8       |              |  |  |

## WYPEŁNIA NAUCZYCIEL

| Nr zad. | Liczba punktów           |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|---------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|         | 0                        | 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| 1       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
| 2       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
| 3       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
| 4       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
| 5       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
| 6       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
| 7       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |                          |
| 8       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |                          |
| 9       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |
| 10      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |
| 11      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |
| 12      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |
| 13      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |                          |                          |                          |
| 14      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |
| 15      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |
| 16      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |                          |
| 17      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

SUMA PUNKTÓW: \_\_\_\_\_